

## 1. MỤC TIÊU

**1.1. Kiến thức:** Học sinh ôn tập các kiến thức về:

- Tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số.
- Cực trị của một hàm số.
- Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.
- Đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

- Vectơ trong không gian: hai vectơ cùng phương, hai vectơ cùng hướng/ngược hướng, hai vectơ bằng nhau.

- Các phép toán vectơ trong không gian.

**1.2. Kỹ năng:** Học sinh rèn luyện các kỹ năng:

- Rèn luyện năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hoá toán học và năng lực giải quyết vấn đề toán học thông qua việc mô hình hoá những vấn đề thực tiễn liên quan đến tính đơn điệu và cực trị của hàm số, giá trị lớn nhất và GTNN của hàm số, đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

- Rèn luyện các năng lực toán học, nói riêng là năng lực mô hình hoá toán học (thông qua việc sử dụng các kiến thức về vectơ trong không gian để trả lời các câu hỏi trong phần Vận dụng).

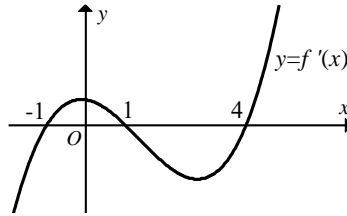
- Bồi dưỡng hứng thú học tập, ý thức làm việc nhóm, ý thức tìm tòi, khám phá và sáng tạo cho HS.

## 2. NỘI DUNG

### 2.1. Các câu hỏi và bài tập minh họa

**2.1.1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(-\infty; -1)$ .                      B.  $(-1; 1)$ .                      C.  $(1; 4)$ .                      D.  $(1; +\infty)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{mx + 4m}{x + m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của  $S$ .

- A. 5.                      B. 4.                      C. Vô số.                      D. 3.

**Câu 3.** Hàm số  $y = \frac{2}{x^2 + 1}$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 1)$ .                      B.  $(-\infty; +\infty)$ .                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Cực tiểu của hàm số bằng  $-3$ .                      B. Cực tiểu của hàm số bằng  $1$ .  
C. Cực tiểu của hàm số bằng  $-6$ .                      D. Cực tiểu của hàm số bằng  $2$

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên.



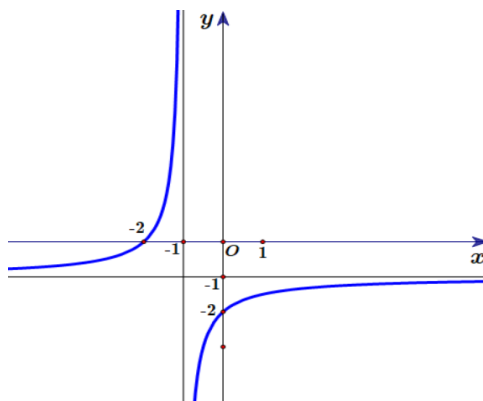


|      |           |   |     |           |           |
|------|-----------|---|-----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | $1$ |           | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - |     | -         |           |
| $y$  | $-1$      |   |     | $+\infty$ | $-1$      |

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A.  $x=1$ .                      B.  $y=1$ .                      C.  $x=-1$ .                      D.  $y=-1$ .

**Câu 17.** Cho đồ thị của hàm số  $f(x)$  như hình bên dưới?



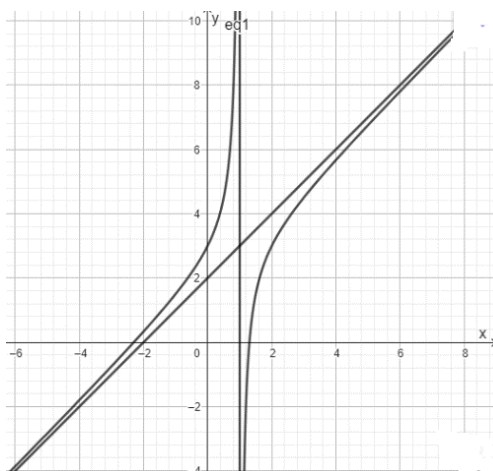
Số đường tiệm cận của đồ thị của hàm số  $f(x)$  là

- A. 1.                                  B. 2.                                  C. 0.                                  D. 3.

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \pm\infty$ . Chọn mệnh đề đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.  
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.  
 C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng  $y = 2$  và  $y = -2$ .  
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng  $x = 2$  và  $x = -2$ .

**Câu 19.** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang  
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.  
 C. Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang và một tiệm cận xiên

**D.** Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng và một tiệm cận xiên

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$      | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | -         |           | -         |
| $f(x)$  | $-1$      | $+\infty$ | $-1$      |

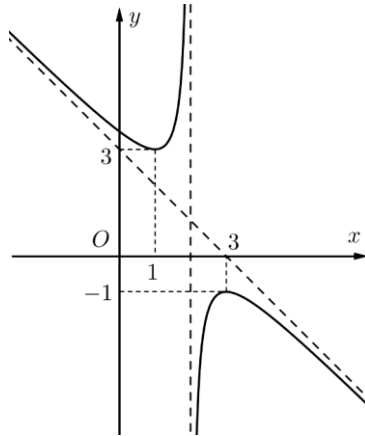
Tổng số tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** 1.                      **B.** 2.                      **C.** 3.                      **D.** 0.

**Câu 21.** Cho hàm số  $y = \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x + 4}$ . Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A.**  $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$ .      **B.**  $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$ .      **C.**  $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$ .      **D.**  $y = -\frac{3}{5}x - \frac{37}{25}$ .

**Câu 22.** Đồ thị sau là của hàm số nào dưới đây?



- A.**  $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{-x + 2}$ .      **B.**  $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{x + 2}$ .      **C.**  $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{x + 2}$ .      **D.**  $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{-x + 2}$ .

**Câu 23.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Đặt  $\overline{SA} = \vec{a}$ ;  $\overline{SB} = \vec{b}$ ;  $\overline{SC} = \vec{c}$ ;  $\overline{SD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      **B.**  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$ .      **C.**  $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$ .      **D.**  $\vec{a} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{b}$ .

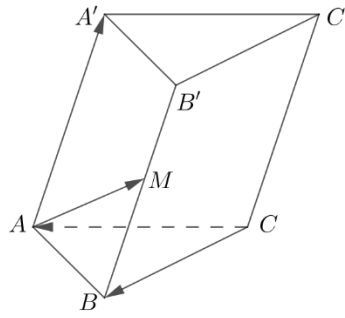
**Câu 24.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  với  $G$  là trọng tâm của tam giác  $A'B'C'$ . Đặt  $\overline{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overline{AB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AC} = \vec{c}$ . Khi đó  $\overline{AG}$  bằng:

- A.**  $\vec{a} + \frac{1}{3}(\vec{b} + \vec{c})$ .      **B.**  $\vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} + \vec{c})$ .      **C.**  $\vec{a} + \frac{1}{6}(\vec{b} + \vec{c})$ .      **D.**  $\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$ .

**Câu 25.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Đặt  $\overline{DA} = \vec{a}$ ,  $\overline{DB} = \vec{b}$ ,  $\overline{DC} = \vec{c}$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AD$  và  $BC$ . Biểu diễn vector  $\overline{MN}$  qua các vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

- A.**  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ .      **B.**  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ .      **C.**  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c})$ .      **D.**  $\overline{MN} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$ .

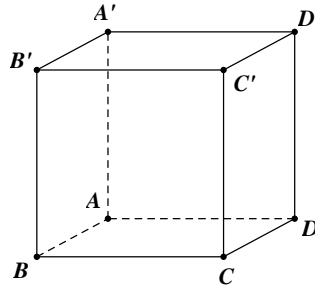
**Câu 26.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ ,  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Đặt  $\overline{CA} = \vec{a}$ ,  $\overline{CB} = \vec{b}$ ,  $\overline{AA'} = \vec{c}$  (Tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\overline{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$ .    B.  $\overline{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$ .    C.  $\overline{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .    D.  $\overline{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$ .

**Câu 27.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$  (tham khảo hình vẽ). Tính  $\overline{AB.DC'}$ .



- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .    B.  $a\sqrt{2}$ .    C. 0.    D.  $a^2$ .

**Câu 28.** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  thỏa mãn điều kiện  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$  và  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ . Độ dài vectơ  $2\vec{a} + 3\vec{b}$  bằng

- A.  $5\sqrt{5}$ .    B.  $\sqrt{37}$ .    C. 8.    D. 5.

**Câu 29.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $A'D'$  và  $C'D'$ .

Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai vectơ  $\overline{MN}$  và  $\overline{A'B}$ . Số đo của góc  $\varphi$  bằng bao nhiêu độ?

- A.  $45^\circ$ .    B.  $30^\circ$ .    C.  $90^\circ$ .    D.  $60^\circ$ .

**2.1.2. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 30.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  và có bảng biến thiên dưới đây:

|      |           |            |            |     |            |            |
|------|-----------|------------|------------|-----|------------|------------|
| $x$  | $-\infty$ | 0          | 2          | 4   | $+\infty$  |            |
| $y'$ |           | -          | 0          | +   | 0          | -          |
| $y$  | $+\infty$ |            | $+\infty$  |     | $-\infty$  |            |
|      |           | $\searrow$ | $\nearrow$ |     | $\nearrow$ | $\searrow$ |
|      |           | 1          |            | -15 |            |            |
|      |           |            |            |     |            |            |
|      |           |            |            |     |            |            |

- a) Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x = 4$ .
- b) Hàm số  $y = f(x) + 2024$  có giá trị cực tiểu là 2025.
- c) Hàm số  $y = f(x)$  có hai cực trị trái dấu.
- d) Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x+1)$  là 2.

**Câu 31.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

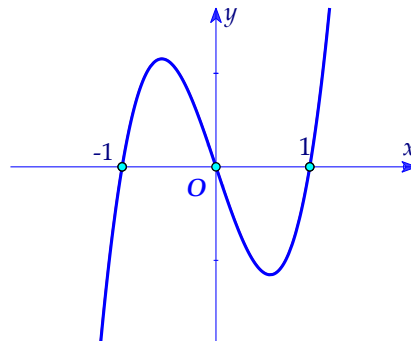
|      |           |      |      |           |     |
|------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $1$  | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $3$  | $-1$ | $+\infty$ |     |

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$
- b) Cực tiểu của hàm số bằng 1
- c) Đường thẳng  $y = -2x - 1$  đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số
- d) Hàm số  $y = f(2-x)$  đồng biến trên  $(1; 3)$ .

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = -x^3 - 6x^2 - (2m+9)x + 4$ .

- a)  $y'(-1) = -2m$
- b) Với  $m = 4$  thì hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ .
- c) Tập hợp tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số đã cho nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  là  $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$ .
- d) Có 7 giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-8; 8]$  để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .

**Câu 33.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



- a) Phương trình  $f'(x) = 0$  có 3 nghiệm phân biệt.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(2; +\infty)$ .
- c) Hàm số có 3 điểm cực trị.
- d) Hàm số  $y = f(x^2 - 1)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $f(x) = 2x^2 + \frac{500}{x}$ .

| Khẳng định   | Đúng | Sai |
|--|------|-----|
| a) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$ .                     |      |     |
| b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ .               |      |     |
| c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(0; 5)$ là 150.       |      |     |
| d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(0; +\infty)$ là 150. |      |     |

**Câu 35.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |            |     |            |           |            |     |            |           |
|---------|-----------|------------|-----|------------|-----------|------------|-----|------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$       | $0$ | $1$        | $+\infty$ |            |     |            |           |
| $f'(x)$ |           | $+$        | $0$ | $-$        | $0$       | $-$        |     |            |           |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $2$       | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

| Khẳng định  | Đúng | Sai |
|---|------|-----|
| a) $\max_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 5.$  |      |     |
| b) $\min_{x \in \mathbb{R}} f(x) = 2.$  |      |     |
| c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[-1;1]$ là 7 |      |     |
| d) $\max_{x \in [0; \frac{\pi}{2}]} f(\sin x) = 5.$                               |      |     |

**Câu 36.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên như hình vẽ.

|         |           |            |      |            |           |            |      |            |           |
|---------|-----------|------------|------|------------|-----------|------------|------|------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $4$        | $6$  | $7$        | $+\infty$ |            |      |            |           |
| $f'(x)$ |           | $+$        | $0$  | $-$        | $0$       | $+$        | $0$  | $-$        |           |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $\nearrow$ | $19$ | $\searrow$ | $12$      | $\nearrow$ | $21$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

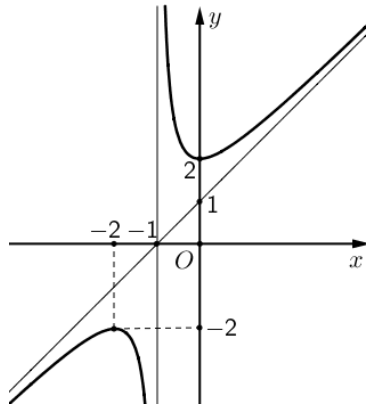
| Khẳng định  | Đúng | Sai |
|---|------|-----|
| a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng 21.                      |      |     |
| b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng 12.                      |      |     |
| c) Giá trị lớn nhất của hàm số $h(x) = f(x) + 2m$ trên đoạn $[0;5]$ bằng 34 khi $m = 15.$ |      |     |
| d) Hàm số $g(x) = f(2x-2)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty;4)$ tại $x = 3.$    |      |     |

**Câu 37.** Cho hàm số  $y = f(x) = x^4 - 2x^2 - 2.$

| Khẳng định  | Đúng | Sai |
|---|------|-----|
| a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ là $-3.$                                |      |     |
| b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên nửa khoảng $[-1;+\infty)$ là $-2.$                    |      |     |
| c) Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ là 3.          |      |     |
| d) Nếu $\min_{[0;2]} y = f(x_A) = y_A, \max_{[0;2]} y = f(x_B) = y_B$ thì $AB = \sqrt{2}$ |      |     |

**Câu 38.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới.





- a) Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng.                      b) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là  $y = x + 1$ .
- c) Đồ thị (C) đi qua điểm  $(-2; 2)$ .                      d) Giao điểm của hai tiệm cận là  $E(-1; 0)$

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$ .

- a) Đường thẳng  $x = 1$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- b) Đường thẳng  $y = 1$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- c) Đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang, 2 tiệm cận đứng.
- d) Đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

**Câu 40.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó  $m \in \mathbb{R}$ .

|      |           |                   |       |                   |           |
|------|-----------|-------------------|-------|-------------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 1                 | 2     | 4                 | $+\infty$ |
| $y'$ | -         |                   | + 0 - |                   | +         |
| $y$  | $m-1$     |                   | -2    |                   | $3-m$     |
|      |           | $-\infty$    $-5$ |       | $-5$    $-\infty$ |           |

- a) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi  $m \in \mathbb{R}$ .
- b) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi  $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .
- c) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi  $m \in \mathbb{R}$ .
- d) Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi  $m \in \mathbb{R}$ .

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{-x+1}{x-2}$ .

- a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số trên có phương trình là  $x = 2$ .
- b) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên có phương trình là  $y = 1$ .
- c) Đồ thị hàm số trên có hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.
- d) Đồ thị hàm số  $g(x) = x.f(x)$  có tiệm cận xiên song song với đường phân giác của góc phần tư thứ 2.

**Câu 42.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $M, N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AC$  và  $BD$ . Gọi  $G$  là trung điểm của đoạn thẳng  $MN$ .

- a)  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GM}$ .                      b)  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{MN}$ .

c)  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .

d)  $2\vec{NM} = \vec{AB} + \vec{CD}$ .

**Câu 43.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  với tâm  $O$ .

a)  $\vec{AB} + \vec{AA'} = \vec{AD} + \vec{DD'}$ .

b)  $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$ .

c)  $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CC'} = \vec{AD'} + \vec{D'O} + \vec{OC'}$ .

d)  $\vec{AB} + \vec{BC'} + \vec{C'D'} + \vec{D'A} = \vec{0}$ .

**Câu 44.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  và  $N$  theo thứ tự là trung điểm của cạnh  $AB$  và  $CD$ .

a)  $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$ .

b)  $\vec{MN} = \frac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$ .

c)  $\vec{AC} + \vec{BD} + \vec{AD} + \vec{BC} = -4\vec{NM}$ .

d)  $\vec{MC} + \vec{MD} - 4\vec{MN} = \vec{0}$ .

**Câu 45.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC = AB = AC = a$  và  $BC = a\sqrt{2}$ .

a)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ .

b)  $\vec{SA}, \vec{AB} = 120^\circ$ .

c)  $\vec{SC} \cdot \vec{AB} = \frac{a^2}{2}$ .

d)  $\cos \vec{SC}, \vec{AB} = \frac{1}{2}$ .

**2.1.3 Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

**Câu 46.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)(x-3)(x-5)$ . Hàm số  $y = g(x) = f(x^2)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

**Câu 47.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x+1}{x+3m}$  nghịch biến trên khoảng  $(6; +\infty)$ ?

**Câu 48.** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2ax^2 + b$  có một điểm cực trị là  $(1; 2)$ . Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho (quy tròn đến hàng phần trăm).

**Câu 49.** Cho hàm số  $f(x)$ , bảng biến thiên của hàm số  $f'(x)$  như sau:

|         |           |      |     |      |           |
|---------|-----------|------|-----|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+\infty$ | $-3$ | $2$ | $-1$ | $+\infty$ |

Hàm số  $y = f(4x^2 - 4x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9.

B. 5.

C. 7.

D. 3.

**Câu 50.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^3 - 3x + 4$  trên đoạn  $[0; 2]$ .

**Câu 51.** Gọi  $m, M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số

$y = \frac{4}{3}\sin^3 x + 4\cos^2 x - 5\sin x + 1$ . Tính giá trị của  $M - m$ .

**Câu 52.** Cho các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $2x + y = \frac{5}{4}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất  $P_{\min}$  của biểu thức

$P = \frac{2}{x} + \frac{1}{4y}$ .

**Câu 53.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x + 4}$  có dạng  $y = ax + b$ . Tìm tổng  $2a + 3b$ ?

**Câu 54.** Với giá trị nào của tham số  $m$  thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$f(x) = \frac{(2m-1)x+3}{x-2024}$$
 đi qua điểm  $M(1;2)$ ?

**Câu 55.** Biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x^2+x}{x+1}$  cắt trục hoành và trục tung lần lượt tại hai điểm  $A, B$ . Tính diện tích tam giác  $OAB$  (với  $O$  là gốc tọa độ).

**Câu 56.** Nồng độ oxygen trong hồ theo thời gian  $t$  cho bởi công thức  $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2+1}$ , với  $y$  được tính theo  $mg/l$  và  $t$  được tính theo giờ,  $t \geq 0$ . Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = y(t)$  khi  $t \rightarrow +\infty$  có dạng  $y = a$ . Tính giá trị của  $a$

**Câu 57.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Khi đó  $\cos(\overline{AB}, \overline{DM})$  bằng  $\frac{\sqrt{a}}{b}$ .

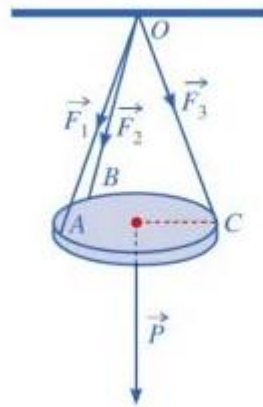
Tính giá trị của biểu thức  $T = a + b$ .

**Câu 58.** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $A'D'$  và  $C'D'$ . Tích vô hướng  $\overline{MN} \cdot \overline{C'B} = na^2$  ( $n$  là số thập phân). Giá trị của  $n$  bằng bao nhiêu?

**Câu 59.** Cho ba vectơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  thỏa mãn  $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} - \vec{b}| = 3$ . Tính  $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b})$ .

**Câu 60.** Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm  $O$  trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm  $A, B, C$  trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  lần lượt trên mỗi dây  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10(N) \text{ (xem hình vẽ).}$$



Tính trọng lượng  $P$  của tấm gỗ tròn đó (làm tròn đến hàng phần mười).

**2.2. MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I**  
**MÔN: TOÁN, LỚP 12 – THỜI GIAN LÀM BÀI: 90 phút**

| STT         | NỘI DUNG                                     | HÌNH THỨC                   |                                |                        |
|-------------|--|-----------------------------|--------------------------------|------------------------|
|             |  | TN 4 lựa chọn (mức độ 1, 2) | TN Đúng – Sai (mức độ 1, 2, 3) | TL ngắn (mức độ 2,3,4) |
| 1           | Tính đơn điệu và cực trị của hàm số          | 4                           | 3                              | 2                      |
| 2           | Giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất của hàm số | 2                           |                                | 2                      |
| 3           | Đường tiệm cận của đồ thị hàm số             | 2                           |                                | 1                      |
| 4           | Véc tơ trong không gian                      | 4                           | 1                              | 1                      |
| <b>Tổng</b> |  | 12                          | 4                              | 6                      |

**ĐỀ MINH HỌA**

**Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $f(2) > f(-1)$ .      B.  $f(1) > f(3)$ .      C.  $f(3) > f(\pi)$ .      D.  $f\left(\frac{2}{3}\right) < f\left(\frac{3}{4}\right)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

|      |           |               |               |               |                    |     |
|------|-----------|---------------|---------------|---------------|--------------------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$          | $0$           | $1$           | $+\infty$          |     |
| $y'$ |           | $+$           | $0$           | $-$           | $0$                | $-$ |
| $y$  | $-\infty$ | $\nearrow -1$ | $\searrow -2$ | $\nearrow -1$ | $\searrow -\infty$ |     |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1; 0)$       B.  $(1; +\infty)$       C.  $(-\infty; 1)$       D.  $(0; 1)$

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên

|      |           |              |               |                    |     |     |
|------|-----------|--------------|---------------|--------------------|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $0$          | $1$           | $+\infty$          |     |     |
| $y'$ |           | $+$          | $  $          | $-$                | $0$ | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $\nearrow 0$ | $\searrow -1$ | $\nearrow +\infty$ |     |     |

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị cực tiểu bằng 1.  
 B. Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.  
 C. Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x = 0$  và đạt cực tiểu tại  $x = 1$ .

**D.** Hàm số  $y = f(x)$  có đúng một cực trị.

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$ . Số điểm cực trị của hàm số là:

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** 5.

**D.** 1.

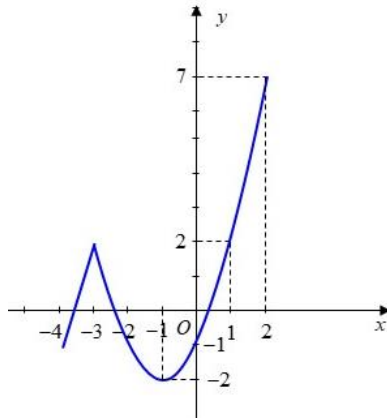
**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số trên  $\mathbb{R}$  là 5. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $f(x) > 5 \forall x \in \mathbb{R}$ .      **B.**  $f(x) \geq 5 \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0, f(x_0) = 5$ .

**C.**  $f(x) < 5 \forall x \in \mathbb{R}$ .      **D.**  $f(x) \leq 5 \forall x \in \mathbb{R}, \exists x_0, f(x_0) = 5$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-4; 2]$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó

$\max_{[-4;-1]} f(x) + \min_{[-4;2]} f(x)$  bằng



**A.** 1.

**B.** 0.

**C.** 2.

**D.** 5.

**Câu 7.** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{3x-4}{x+4}$  có phương trình là

**A.**  $x = -4$ .

**B.**  $x = 4$ .

**C.**  $y = -4$ .

**D.**  $y = 3$ .

**Câu 8.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = 2x + 1 - \frac{5}{x+4}$  cắt trục hoành tại điểm

**A.**  $A(2; 1)$ .

**B.**  $B(2; 0)$ .

**C.**  $C(1; 3)$ .

**D.**  $D\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ .

**Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

**A.**  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$ .      **B.**  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$ .      **D.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$ .

**Câu 10.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Tính góc giữa hai vectơ  $\overrightarrow{AA'}$  và  $\overrightarrow{C'C}$ .

**A.**  $45^\circ$ .

**B.**  $30^\circ$ .

**C.**  $90^\circ$ .

**D.**  $180^\circ$ .

**Câu 11.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Tính  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$  theo  $a$

**A.**  $\frac{a^2}{2}$ .

**B.**  $-\frac{a^2}{2}$ .

**C.**  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .

**D.**  $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 12.** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Đặt  $\vec{x} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC'}$ . Độ dài của  $\vec{x}$  bằng

**A.**  $(1 + \sqrt{3})a$ .

**B.**  $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

**C.**  $a\sqrt{6}$ .

**D.**  $a\sqrt{2}$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, học sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = 2^{x^2 - 3x + \frac{13}{4}}$ .

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1; 0)$ .
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .
- c) Hàm số có giá trị cực tiểu  $y_{CT} = 2$ .
- d) Hàm số có 2 điểm cực trị.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  và có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |           |           |           |           |
|------|-----------|------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-4$ | $-2$      | $0$       | $+\infty$ |           |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$       | $-$       | $0$       | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ | $-6$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $2$       | $+\infty$ |

- a) Hàm số có giá trị cực tiểu lớn hơn giá trị cực đại.
- b)  $x = -2$  đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang
- d) Biết hàm số  $f(x)$  có dạng  $f(x) = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$  khi đó  $f(1) = \frac{5}{3}$

**Câu 3.** Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000.

| Khẳng định |  | Đúng | Sai |
|------------|--|------|-----|
| a)         | Nếu cơ sở bán mỗi chiếc khăn với giá 37000 thì số tiền lãi sau 1 tháng là 44.  |      |     |
| b)         | Sau khi cơ sở tăng giá mỗi chiếc khăn thêm $x$ thì tổng số lợi nhuận một tháng của cơ sở được tính theo công thức $f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000$ . |      |     |
| c)         | Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 800 chiếc.   |      |     |
| d)         | Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá 39000 đồng.   |      |     |

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ .

- a)  $2\vec{AB} + \vec{B'C'} + \vec{CD} + \vec{D'A'} = \vec{0}$ .
- b)  $\vec{AD'} \cdot \vec{AB'} = a^2$ .
- c)  $\vec{AB'} \cdot \vec{CD'} = 0$ .

- d) Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, BB'$ . Cosin của góc hợp bởi  $\vec{MN}$  và  $\vec{AC'}$  bằng  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

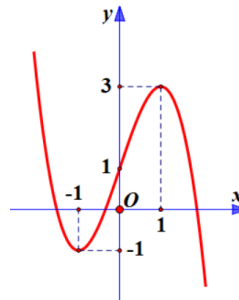
**Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Tìm giá trị cực đại của hàm số  $y = \frac{2x^2 - x + 9}{2x - 1}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + me^{2x} + (m-3)e^x + 2024$ . Tìm số giá trị nguyên của  $m$  thuộc khoảng  $(-2024; 2024)$  để hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên đoạn  $[0; \ln 2]$ ?

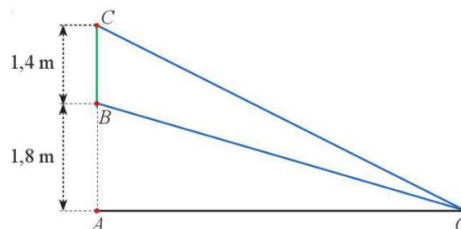
**Câu 3.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ,  $(a, c, b, d \in \mathbb{R})$  có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số  $y = \frac{x^2 - 1}{f(x) - 1}$ .

**Câu 5.** Một màn hình  $BC$  có chiều cao  $1,4m$  được đặt thẳng đứng và mép dưới của màn hình cách mặt đất một khoảng  $BA = 1,8m$ . Một chiếc đèn quan sát màn hình được đặt ở vị trí  $O$  trên mặt đất. Hãy xác định khoảng cách  $AO$  sao cho góc quan sát  $BOC$  là lớn nhất. Kết quả làm tròn đến hàng phần chục và dùng đơn vị m.



**Câu 6.** Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật  $ABCD$ , mặt phẳng  $(ABCD)$  song song với mặt mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc  $E$  của chiến cần cầu sao cho các đoạn dây cáp  $EA, EB, EC, ED$  có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc  $60^\circ$  như hình vẽ. Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết lực căng  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  đều có cường độ  $3000(N)$  và trọng lượng khung sắt là  $1000(N)$ . Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị).

