

## 1. MỤC TIÊU

1.1. Kiến thức. Học sinh ôn tập các kiến thức :

### Đại số

- Góc lượng giác và các giá trị lượng giác của một góc lượng giác. Công thức lượng giác. Hàm số lượng giác. Phương trình lượng giác.
- Dây số; Cấp số cộng; Cấp số nhân.
- Giới hạn của dãy số. Giới hạn của hàm số. Hàm số liên tục.
- Mẫu số liệu ghép nhóm và các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm.

### Hình học

- Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian
- Hai đường thẳng song song
- Đường thẳng và mặt phẳng song song
- Hai mặt phẳng song song
- Phép chiếu song song

### 1.2. Kỹ năng:

- Tính được giá trị lượng giác của 1 góc lượng giác
- Tìm mối liên hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc liên quan đặc biệt
- Tìm tập xác định của hàm số lượng giác
- Tìm chu kỳ, xét tính chẵn lẻ, tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số lượng giác.
- Biến đổi các công thức lượng giác
- Giải phương trình lượng giác cơ bản
- Giải các bài toán thực tế liên quan đến góc lượng giác, công thức lượng giác, hàm số lượng giác.
- Tìm số hạng của 1 dãy số. Xét tính tăng, giảm, bị chặn của 1 dãy số
- Nhận biết 1 cấp số cộng. Tìm công sai, số hạng tổng quát, tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng.
- Nhận biết 1 cấp số nhân. Tìm công sai, số hạng tổng quát, tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân.
- Dùng kiến thức về dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân để giải quyết một số bài toán thực tế.
- Tính giới hạn của dãy số, tính giới hạn hàm số.
- Xét tính liên tục của hàm số. Tìm điều kiện của tham số để hàm số liên tục tại một điểm.
- Lập bảng phân bố tần số ghép nhóm từ 1 mẫu số liệu.
- Tính các số đặc trưng đo độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm.
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng
- Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng
- Chứng minh hai đường thẳng song song, đường thẳng song song mặt phẳng, hai mặt phẳng song song

## 2. NỘI DUNG

### 2.1. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP MINH HỌA:

#### PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Cho góc  $a$  thỏa mãn  $3\pi < a < \frac{7\pi}{2}$  và  $\tan a = 5$ .

1. Tính  $\sin a; \cos a; \sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right)$ .

3. Tính  $\sin\left(2a - \frac{2023\pi}{2}\right) + \cos(2a + 2023\pi)$ .

2. Tính  $\sin 2a; \cos 2a; \sin 3a; \tan 3a$ .

4. Tính  $\sin \frac{a}{2}; \cos \frac{a}{2}$ .

Bài 2. Rút gọn biểu thức

1.  $A = (\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2$ . 2.  $B = \frac{(\sin x - \cos x)^2 - 1}{\tan x - \sin x \cdot \cos x}$ . 3.  $C = \frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x}$

Bài 3. Chứng minh đẳng thức

$$1. \sin(a+b) \cdot \sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b.$$

$$2. \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0.$$

$$3. \sin^2 x + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4}.$$

$$4. \left(\frac{1 - \cos 2x + \sin 2x}{1 + \cos 2x + \sin 2x}\right) \cdot \cot x = 1.$$

(với điều kiện của  $x$  để biểu thức có nghĩa)

**Bài 4.** Tìm chu kỳ của các hàm số sau?

$$1. y = \sin 5x$$

$$2. y = \cos \frac{2x}{3}.$$

$$3. y = \tan \frac{x}{2}.$$

$$4. y = \cot 6x.$$

**Bài 5.** Tìm tập xác định của các hàm số sau

$$1. y = \tan\left(x + \frac{3\pi}{4}\right).$$

$$2. y = \frac{x+3}{2\sin x - 1}.$$

$$3. y = \frac{\cos x + 7}{\cos 4x + 1}.$$

$$4. y = \cot 2x - \tan x.$$

**Bài 6.** Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau.

$$1. y = \sin^3 x + \tan x.$$

$$2. y = \sin^2 x + \cos x.$$

$$3. y = \frac{\sin 2x}{x}.$$

$$4. y = \sin x + \cos x.$$

**Bài 7.** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau

$$1. y = 6\sin x - 1.$$

$$2. y = 7 - 9\cos 5x.$$

$$3. y = \sin 2x - \cos 2x - 5.$$

$$4. y = \cos^2 x + \cos x - 5.$$

**Bài 8.** Giải các phương trình sau

$$1. 2\sin 4x + 1 = 0.$$

$$3. 3\tan\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{3} = 0.$$

$$5. (\sin 3x + 1)(2\cos x - \sqrt{3}) = 0$$

$$2. 3\cos x - 2 = 0.$$

$$4. \cot(3x + 1) + 1 = 0.$$

$$6. \sin 7x + \cos 2x = 0.$$

**Bài 9.** Cho phương trình  $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \sin 2x = 0$ .

1. Giải phương trình trên
2. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình
3. Tìm nghiệm âm lớn nhất của phương trình
4. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình trên  $[0; 2\pi]$ .

**Bài 10.** Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố  $A$  ở vĩ độ  $40^\circ$  Bắc trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số

$$d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12, \text{ với } t \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 < t \leq 365.$$

1. Thành phố  $A$  có đúng 12 giờ ánh sáng mặt trời vào ngày nào trong năm.
2. Vào ngày nào trong năm thì thành phố  $A$  có đúng 9 giờ ánh sáng mặt trời?
3. Vào ngày nào trong năm thì thành phố  $A$  có đúng 15 giờ ánh sáng mặt trời?

**Bài 11.** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{2n+1}{3n+4}$ .

$$1. \text{ Tìm } u_3; u_{25}.$$

$$2. \frac{3}{5} \text{ có là số hạng của dãy số trên. Nếu có } \frac{3}{5} \text{ là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số}$$

3. Xét tính tăng giảm của dãy số.

4. Xét tính bị chặn của dãy số.

**Bài 12.** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = 2 - 9n$ .

1. Chứng minh dãy số trên là một cấp số cộng. Tìm công sai của cấp số cộng trên.

2. Tính  $u_1 + u_2 + \dots + u_{50}$ .

3. Tính  $S = u_{15} + u_{16} + \dots + u_{45}$ .

**Bài 13.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có 
$$\begin{cases} 9u_2 - u_7 = 1 \\ 2u_4 - u_{10} = -10 \end{cases}$$

Tìm  $u_1$  và công sai  $d$ .

2. Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng trên

3. Tính tổng  $u_1 + u_2 + \dots + u_{33}$ .

4. Tính tổng  $T = u_{33} + u_{34} + \dots + u_{55}$ .

**Bài 14.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có 
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 7 \\ u_5 - u_2 = 14 \end{cases}$$

1. Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$

2. Tìm  $u_4$ .

3. Tính  $S_{20}$ .

**Bài 15.** Chiều cao (đơn vị: centimet) của một đứa trẻ  $n$  tuổi phát triển bình thường được cho bởi công thức  $x_n = 75 + 5(n-1)$ .

1. Chiều cao của một đứa trẻ phát triển bình thường khi 9 tuổi là bao nhiêu centimet.

2. Dãy số  $(x_n)$  có là một cấp số cộng không? Trung bình một năm, chiều cao mỗi đứa trẻ phát triển bình thường cao bao nhiêu centimet?

**Bài 16.** Khi kí kết hợp đồng với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương tăng 18 triệu đồng.

Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tăng tiền lương tăng 1,8 triệu đồng.

Nếu là người được tuyển dụng vào doanh nghiệp trên, em sẽ chọn phương án nào khi

a) Kí hợp đồng lao động 3 năm?

b) Kí hợp đồng lao động 10 năm?

**Bài 17.** Dân số trung bình của Việt Nam năm 2022 là 97,6 triệu người. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm là 1,14% /năm. Giả sử tỷ lệ tăng dân số hàng năm không thay đổi qua các năm.

1. Dân số Việt Nam sau 1 năm là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

2. Tìm công thức tính số dân Việt Nam sau  $n$  năm kể từ năm 2022

3. Tính số dân Việt Nam năm 2030.

**Bài 18.** Một loại vi khuẩn được nuôi cấy trong phòng thí nghiệm, cứ mỗi phút số lượng lại tăng lên gấp đôi số lượng đang có. Từ một vi khuẩn ban đầu, hãy tính tổng số vi khuẩn có trong ống nghiệm sau 20 phút.

**Bài 19.** Khảo sát tổng thời gian truy cập Internet mỗi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0;30)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)	[150;180)
Số học sinh	11	25	36	15	8	5

1. Tìm số trung bình của mẫu số liệu trên

2) Tìm một của mẫu số liệu trên

3) Tìm số trung vị của mẫu số liệu trên

4) Tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

**Bài 20.** Tính các giới hạn sau

1.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+1}{5n+9}$ .

4.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 9n + 2}{5n + 9}$

7.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-2n^3 + 9n^2 + 1)$ .

2.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n-7}{n^2 + 9n + 2}$ .

5.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^n - 2^n}{3^{n+2} + 1}$ .

8.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{4n^2 + 2} - 5n)$ .

3.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 - 3n + 1}{(2n+3)(n^2+7)}$ .

6.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 7^n}{2^{3n-1} + 7^{n+1}}$ .

9.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 + 8n + 2})$ .

**Bài 21.** Tính các giới hạn sau

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} (3x-1)$ .
2.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x+7}{x-1}$ .
3.  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} (1-6x)$ .
4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-x-2}{x^2-2x}$ .
5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2x}{1-x}$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^-} \frac{2x^2-x-3}{|2x-3|}$ .
7.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2-7x-3)$ .
8.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-x+7}}$ .
9.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+6x-2}+x)$ .
10.  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5x+1}{x-2}$ .
11.  $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{1-8x}{x-5}$ .
12.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x+2}{x^2+2x+1}$ .

**Bài 22.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{1-4x^2}{(2x-1)(x+3)}$ .

1. Tính  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ .
2. Tính  $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$ .
3. Tính  $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x)$ .
4. Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
5. Tính  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x \cdot f(x)]$ .
6.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{f(x)}{x} \right)$ .

**Bài 23.** Xét tính liên tục của hàm số

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2-5x+2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 1 & \text{khi } x = 1 \end{cases} \quad \text{tại } x=1. \quad b) f(x) = \begin{cases} 6x+5 & \text{khi } x \geq -1 \\ 3-x & \text{khi } x < -1 \end{cases} \quad \text{tại } x=-1.$$

**Bài 24.** Tìm  $m$  để hàm số

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+8}{x+2} & \text{khi } x \neq -2 \\ x+2m & \text{khi } x = -2 \end{cases} \quad \text{liên tục tại } x=-2 \quad b) f(x) = \begin{cases} 1+\sin 3x & \text{khi } x \geq 0 \\ m-2x & \text{khi } x < 0 \end{cases} \quad \text{liên tục trên } \mathbb{R}.$$

**Bài 25.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang,  $AD // BC$ ;  $AD = 2BC$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, CD$ .

1. Chứng minh  $BC // (SAD)$
2. Chứng minh  $MN // (SAC)$ .
3. Gọi  $K$  là điểm thuộc cạnh  $SB$  sao cho  $KB = 2KS$ . Tìm giao điểm  $I$  của  $SA$  và  $(MNK)$ .
4. Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $CDM$ . Chứng minh  $KG // SD$

**Bài 26.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $I$ .

1. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$
2. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SBD)$
3. Gọi  $M, N$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $ABC$  và tam giác  $ABI$ ,  $K$  là điểm trên cạnh  $SB$  sao cho  $SB = 3SK$ .
  - a) Chứng minh  $MK // (SAC)$
  - b) Chứng minh  $(MNK) // (SAC)$ .
  - c) Tìm  $H$  là giao điểm của  $DK$  và  $(SAC)$ . Tính  $\frac{HK}{HD}$ .
  - d) Tìm  $E$  là giao điểm của  $SA$  và  $(DKN)$ . Tính  $\frac{ES}{EA}$ .
4. Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $M$  và song song mặt phẳng  $(SDC)$ . Tìm giao tuyến của  $(\alpha)$  với các mặt của hình chóp.

**Bài 27.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là tâm các hình bình hành  $ACC'A'$ ,  $BCC'B'$ ,  $ABB'A'$ .

1. Chứng minh:  $IJ // (ABB'A')$ ;  $JK // (ACC'A')$ ;  $IK // (BCC'B')$ .
2. Chứng minh ba đường thẳng  $AJ, CK, BI$  đồng quy tại 1 điểm  $O$ .
3. Chứng minh  $(IJK) // (ABC)$ .
4. Gọi  $G, G'$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$ . Chứng minh  $O, G, G'$  thẳng hàng.

**Bài 28.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $M, N, E$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AA', AD'$ .

1. Xác định các giao điểm  $I, J, K$  của các đường thẳng  $DA, DD', DC$  với  $(MNE)$ .
2. Chứng minh  $(MNE) // (A'BC')$ .
3. Tìm giao tuyến của  $(MNP)$  với các mặt của hình hộp.

### PHẦN TRẮC NGHIỆM:

**Câu 1.** Bánh xe đạp có bán kính 50cm. Một người quay bánh xe 5 vòng quanh trục thì quãng đường đi được là

- A.  $250\pi$ (cm).      B.  $1000\pi$ (cm).      C.  $500\pi$ (cm).      D.  $200\pi$ (cm).

**Câu 2.** Tính  $\sin \alpha$ , biết  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$  và  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ .

- A.  $\frac{1}{3}$ .      B.  $-\frac{1}{3}$ .      C.  $\frac{2}{3}$ .      D.  $-\frac{2}{3}$ .

**Câu 3.** Cho  $\tan x = 3$ . Tính  $P = \frac{2\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ .

- A.  $P = \frac{3}{2}$ .      B.  $P = \frac{5}{4}$ .      C.  $P = 3$ .      D.  $P = \frac{2}{5}$ .

**Câu 4.** Rút gọn biểu thức  $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$ , ta được kết quả

- A.  $A = \sin x + \cos x$ .      B.  $A = \cos x - \sin x$ .  
C.  $A = \cos 2x - \sin 2x$ .      D.  $A = \cos 2x + \sin 2x$ .

**Câu 5.** Cho  $\cos x = \frac{4}{5}$ ,  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ . Giá trị của  $\sin 2x$  là

- A.  $\frac{24}{25}$ .      B.  $-\frac{24}{25}$ .      C.  $-\frac{1}{5}$ .      D.  $\frac{1}{5}$ .

**Câu 6.** Tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{x \neq \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 7.** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A.  $y = -\sin x$ .      B.  $y = \cos x - \sin x$ .      C.  $y = \cos x + \sin^2 x$ .      D.  $y = \cos x \sin x$ .

**Câu 8.** Gọi  $M$  là giá trị lớn nhất,  $m$  là giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 4\sin x \cos x + 1$ . Tính  $M + m$

- A. 2.      B. 4.      C. 3.      D. -1.

- Câu 9.** Nghiệm của phương trình  $\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)+1=0$  là
- A.  $x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
B.  $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
C.  $x = -\frac{7\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .  
D.  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .
- Câu 10.** Trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$ , phương trình  $\cos\left(\frac{\pi}{6}-2x\right) = \sin x$  có bao nhiêu nghiệm?
- A. 4.                                      B. 5.                                      C. 2.                                      D. 3.
- Câu 11.** Nghiệm của phương trình  $\cot\left(x+\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$  có dạng  $x = -\frac{\pi}{m} + \frac{k\pi}{n}$ , với  $k \in \mathbb{Z}$  và  $m, n \in \mathbb{N}^*$ . Khi đó  $m-n$  bằng
- A. -5.                                      B. 5.                                      C. 3.                                      D. -3.
- Câu 12.** Cho dãy số  $u_n$ , biết  $u_n = \frac{2n^2-1}{n^2+3}$ . Tìm số hạng  $u_5$ .
- A.  $u_5 = \frac{1}{4}$ .                                      B.  $u_5 = \frac{17}{12}$ .                                      C.  $u_5 = \frac{7}{4}$ .                                      D.  $u_5 = \frac{71}{39}$ .
- Câu 13.** Một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_{13} = 8$  và  $d = -3$ . Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng  $(u_n)$ .
- A. 50.                                      B. 28.                                      C. 38.                                      D. 44
- Câu 14.** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát  $u_n$ .
- A.  $u_n = 1+4n$ .                                      B.  $u_n = 5n$ .                                      C.  $u_n = 3+2n$ .                                      D.  $u_n = 2+3n$ .
- Câu 15.** Một người làm việc cho một công ty. Theo hợp đồng trong năm đầu tiên, tháng lương thứ nhất là 6 triệu đồng và lương tháng sau cao hơn tháng trước là 200 ngàn đồng. Hỏi theo hợp đồng, tháng thứ 7 người đó nhận được lương là bao nhiêu?
- A. 7,0 triệu.                                      B. 7,3 triệu.                                      C. 7,2 triệu.                                      D. 7,4 triệu.
- Câu 16.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và  $u_6 = 486$ . Công bội  $q$  bằng
- A.  $q = 3$ .                                      B.  $q = 5$ .                                      C.  $q = \frac{3}{2}$ .                                      D.  $q = \frac{2}{3}$ .
- Câu 17.** Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn  $u_2 = 6, u_4 = 24$ . Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.
- A.  $3 \cdot 2^{12} - 3$ .                                      B.  $2^{12} - 1$ .                                      C.  $3 \cdot 2^{12} - 1$ .                                      D.  $3 \cdot 2^{12}$ .
- Câu 18.** Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.
- A. 10.                                      B. 11.                                      C. 26.                                      D. 50.
- Câu 19.** Phát biểu nào sau đây là sai?
- A.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = c$  ( $u_n = c$  là hằng số).                                      B.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$  ( $|q| > 1$ ).  
C.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$ .                                      D.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^k} = 0$  ( $k > 1$ ).
- Câu 20.** Tìm  $a$  để  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a \cdot n^2 - 3n}{9n^2 + 5} = \frac{2}{3}$ .

A.  $a = 4$ .                      B.  $a = 6$ .                      C.  $a = 8$ .                      D.  $a = 9$ .

**Câu 21.** Kết quả  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{100^{n+1} + 3.99^n}{10^{2n} - 2.98^{n+1}}$  là

A.  $+\infty$ .                      B. 100.                      C.  $\frac{1}{100}$ .                      D. 0.

**Câu 22.** Cho  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$ . Tính  $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + 4x - 1]$ .

A. 5.                      B. 6.                      C. 11.                      D. 9.

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$ ,  $m$  là tham số. Tìm giá trị của  $m$  để hàm số có giới

hạn tại  $x = 0$ .

A.  $m = \frac{1}{2}$ .                      B.  $m = 1$ .                      C.  $m = 0$ .                      D.  $m = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 24.** Chọn kết quả đúng của  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^5 - 3x^3 + x + 1)$ .

A. 0.                      B.  $+\infty$ .                      C.  $-\infty$ .                      D. -4.

**Câu 25.** Biết rằng  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2+1}{x-2} + ax - b \right) = -5$ . Tính tổng  $a + b$ .

A. 6.                      B. 7.                      C. 8.                      D. 5.

**Câu 26.** Biết  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \frac{a}{b^2}$  ( $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tính  $\sqrt{a} + b + 2018$ .

A. 2021.                      B. 2023.                      C. 2024.                      D. 2022.

**Câu 27.** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$ ?

A.  $y = \sqrt{x+2}$ .                      B.  $y = \sin x$ .                      C.  $y = \frac{x^2}{x-2}$ .                      D.  $y = x^2 - 3x + 2$ .

**Câu 28.** Biết hàm số  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx - 5 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2ax - 3b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 1$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = a - 4b$ .

A.  $P = -4$ .                      B.  $P = 5$ .                      C.  $P = -5$ .                      D.  $P = 4$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số liên tục trên khoảng  $1; 5$ .                      B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2020$ .  
C. Hàm số liên tục tại  $x = 2$ .                      D. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$ .

**Câu 30.** Cho phương trình  $x^3 - 3x^2 + 2 = 0$  (1). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

A. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng  $(-2; 3)$ .  
B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng  $(-2; 3)$ .  
C. Phương trình (1) vô nghiệm.  
D. Phương trình (1) có hai nghiệm trên khoảng  $(-2; 0)$ .

**Câu 31.** Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mẫu số liệu ghép nhóm này có số mode là

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 32.** Tuổi thọ (năm) của 50 bình ắc quy ô tô được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)	[4; 4,5)	[4,5; 5)
Tần số	4	9	14	11	7	5

Tính tuổi thọ trung bình của 50 bình ắc quy ô tô này.

- A. 4,38.                      B. 3,48.                      C. 3,6.                      D. 3.68.

**Câu 33.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.  
 B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.  
 C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.  
 D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Giao tuyến của  $(SMN)$  và  $(SAC)$  là

- A.  $SK$  ( $K$  là trung điểm của  $AB$ ).                      B.  $SO$  ( $O$  là tâm của hình bình hành  $ABCD$ ).  
 C.  $SF$  ( $F$  là trung điểm của  $CD$ ).                      D.  $SD$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang  $ABCD$  ( $AD // BC$ ). Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MSB)$  và  $(SAC)$  là:

- A.  $SP$  với  $P$  là giao điểm của  $AB$  và  $CD$ .                      B.  $SI$  với  $I$  là giao điểm của  $AC$  và  $BM$ .  
 C.  $SO$  với  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .                      D.  $SJ$  với  $J$  là giao điểm của  $AM$  và  $BD$ .

**Câu 36.** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  không đồng phẳng. Gọi  $I, K$  lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng  $AD$  và  $BC$ .  $IK$  là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?

- A.  $(IBC)$  và  $(KBD)$ .                      B.  $(IBC)$  và  $(KCD)$ .                      C.  $(IBC)$  và  $(KAD)$ .                      D.  $(ABI)$  và  $(KAD)$ .

**Câu 37.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $I$  là trung điểm của  $SC$ , giao điểm của  $AI$  và  $(SBD)$  là

- A. Điểm  $K$ .                      B. Điểm  $M$ .                      C. Điểm  $N$ .                      D. Điểm  $I$ .

**Câu 38.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm  $SA, SC$ . Đường thẳng  $IJ$  song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A.  $AC$ .                      B.  $BC$ .                      C.  $SO$ .                      D.  $BD$ .

**Câu 39.** Cho hình chóp  $S.ABC$  và  $G, K$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $SAB, SBC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $GK // AB$ .                      B.  $GK // BC$ .                      C.  $GK // AC$ .                      D.  $GK // SB$ .

**Câu 40.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $SB, SD$ . Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng  $(CMN)$  và  $(ABCD)$  là

- A. đường thẳng  $CI$ , với  $I = MN \cap BD$ .                      B. đường thẳng  $MN$ .  
 C. đường thẳng  $BD$ .                      D. đường thẳng  $d$  đi qua  $C$  và  $d // BD$ .



- Câu 41.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CB$ . Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng song song với
- A.  $AD$ .                      B.  $IJ$ .                      C.  $BJ$ .                      D.  $BI$ .
- Câu 42.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M$  là trung điểm  $SC$ ,  $F$  là giao điểm của đường thẳng  $SD$  với mặt phẳng  $(ABM)$ . Tính tỉ số  $\frac{SF}{SD}$ .
- A. 1.                      B.  $\frac{1}{3}$ .                      C.  $\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .
- Câu 43.** Trong không gian, cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành,  $M, N$  lần lượt là trung điểm đoạn  $SC, BC$ . Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $MN$  song song với  $BD$  là hình gì?
- A. Tam giác.                      B. Ngũ giác.                      C. Lục giác.                      D. Tứ giác.
- Câu 44.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O$ , gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $SA, AD$ . Mặt phẳng  $(MNO)$  song song với mặt phẳng nào sau đây?
- A.  $(SBC)$ .                      B.  $(SAB)$ .                      C.  $(SAD)$ .                      D.  $(SCD)$ .
- Câu 45.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $I, J, K$  lần lượt là trọng tâm tam giác  $ABC, ACC', AB'C'$ . Mặt phẳng nào sau đây song song với  $(IJK)$ ?
- A.  $(BC'A)$ .                      B.  $(AA'B)$ .                      C.  $(BB'C)$ .                      D.  $(CC'A)$

## 2.2. MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KỲ I :

STT	Nội dung kiến thức	Mức độ nhận thức				Hình thức	
		Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	TL	TN
1.	Góc và các giá trị lượng giác. Hàm số lượng giác		2			1	2
2.	Công thức lượng giác	1					1
3.	Phương trình lượng giác				1		1
4.	Dãy số	1	1				2
5.	Cấp số cộng, cấp số nhân	1	1	1		1	2
6.	Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu ghép nhóm.	1	1	1		0	3
7.	Giới hạn dãy số	1	1			1	1
8.	Giới hạn hàm số	1	1	1		1	2
9.	Hàm số liên tục		1	1		1	1
10.	Quan hệ song song trong không gian	2	4	2	1	3	5
<b>Tổng</b>		<b>8 TN</b>	<b>10TN+2TL</b>	<b>1TN+5TL</b>	<b>1TN+1TL</b>	<b>8TL</b>	<b>20TN</b>

### 2.3. ĐỀ MINH HỌA (Thời gian làm bài: 90 phút)

#### A – PHẦN TRẮC NGHIỆM ( 4 điểm)

**Câu 1.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hàm số  $y = \tan x$  là hàm tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .      B. Phương trình  $\sin x = \sqrt{3}$  có nghiệm.  
C. Hàm số  $y = \cot x$  có tập xác định  $\mathbb{R}$ .      D. Hàm số  $y = \sin 2x$  có tập giá trị là đoạn  $[-1;1]$

**Câu 2.** Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

- A.  $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$       B.  $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$   
C.  $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$       C.  $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

**Câu 3.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = -2 \sin 2023x$  bằng:

- A. 2.      B. -2.      C. -1.      D. -2023.

**Câu 4.** Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.  
B. Hai đường thẳng phân biệt không chéo nhau thì hoặc cắt nhau hoặc song song.  
C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.  
D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

**Câu 5.** Để kiểm tra thời gian sử dụng pin của chiếc điện thoại mới, chị An thống kê thời gian sử dụng điện thoại của mình từ lúc sạc đầy pin cho đến khi hết pin ở bảng sau:

Thời gian sử dụng (giờ)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)	[15; 17)
Số lần	2	5	7	6	3

Thời gian sử dụng trung bình từ lúc chị An sạc đầy pin điện thoại cho tới khi hết pin gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 10.      B. 12,5.      C. 13.      D. 11,5.

**Câu 6.** Trong không gian cho 3 điểm phân biệt không thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua 3 điểm đó?

- A. Vô số.      B. 0.      C. 2.      D. 1.

**Câu 7.** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?

- A. Phép chiếu song song biến đường thẳng thành đường thẳng, biến tia thành tia, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng.  
B. Phép chiếu song song biến hai đường thẳng song song thành hai đường thẳng song song  
C. Phép chiếu song song biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và không thay đổi thứ tự của ba điểm đó.  
D. Phép chiếu song song không làm thay đổi tỉ số độ dài của hai đoạn thẳng nằm trên hai đường thẳng song song hoặc cùng nằm trên một đường thẳng.

**Câu 8.** Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**?

A.  $(R) // (P); (Q) // (P) \text{ thì } (R) // (Q)$

B.  $a // (P) \text{ và } b // (P) \text{ thì } a // b$

C.  $a // b ; b \subset (P) \text{ thì } a // (P)$

D.  $(P) // (Q); (R) \cap (P) = a; (R) \cap (Q) = b \text{ thì } a // b$

**Câu 9.** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = a > 0$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n v_n) = +\infty$ .

B. Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a \neq 0$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = 0$ .

C. Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a > 0$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = +\infty$ .

D. Nếu  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a < 0$  và  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$  và  $v_n > 0$  với mọi  $n$  thì  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{u_n}{v_n} \right) = -\infty$ .

**Câu 10.** Hàm số nào sau đây không liên tục tại  $x = 2$ ?

A.  $y = \sqrt{x+2}$ .

B.  $y = \sin x$ .

C.  $y = \frac{x^2}{x-2}$ .

D.  $y = x^2 - 3x + 2$ .

**Câu 11.** Cho các giới hạn:  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$ , hỏi  $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$  bằng

A. 5.

B. 2.

C. -6.

D. 3.

**Câu 12.** Tính giới hạn  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$

A.  $+\infty$ .

B.  $-\infty$ .

C. 2.

D. 0.

**Câu 13.** Tính tổng  $S$  tất cả các nghiệm trên đoạn  $[-\pi; 0]$  của phương trình

$$(2 \sin x - 1)(2 \sin 2x + 1) = 3 - 4 \cos^2 x.$$

A.  $S = -\frac{\pi}{2}$ .

B.  $S = -\frac{5\pi}{6}$ .

C.  $S = -\frac{4\pi}{3}$ .

D.  $S = -\pi$ .

**Câu 14.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n + 3$ . Tìm số hạng thứ 6 của dãy số.

A. 17.

B. 5.

C. 15.

D. 7.

**Câu 15.** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .

B.  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ .

C.  $u_n = 1 - n^2$ .

D.  $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+2}}$ .

**Câu 16.** Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải cấp số cộng?

A.  $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}$ .

B. 1; 1; 1; 1; 1.

C. -8; -6; -4; -2; 0.

D. 3; 1; -1; -2; -4.

**Câu 17.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $x$  để ba số  $1; x; x+2$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

**Câu 18.** Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau :

Thời gian( phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là :

A. [20;40).

B. [40;60).

C. [60;80).

D. [80;100).

**Câu 19.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

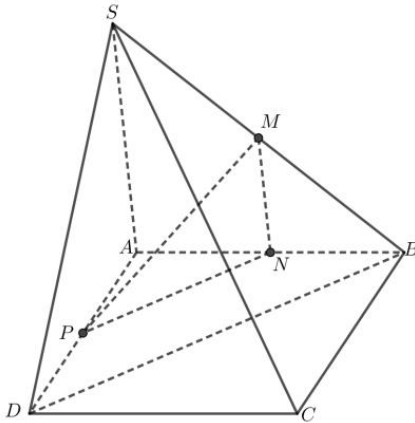
A. 7.

B. 7,6.

C. 8.

D. 8,6.

**Câu 20.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $SB, AB, AD$ . Gọi đường thẳng  $d$  là giao tuyến của  $MNP$  và  $SBD$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Đường thẳng  $d$  đi qua  $M$  và song song với  $BC$ .B. Đường thẳng  $d$  đi qua  $M$  và song song với  $NP$ .C. Đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và song song với  $NP$ .D. Đường thẳng  $d$  đi qua  $S$  và song song với  $BC$ .

### B- PHẦN TỰ LUẬN ( 6 điểm)

**Bài 1.** (0,5 điểm) Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sin x + 1}{2 \cos x + \sqrt{3}}$

**Bài 2.** (1,5 điểm)

1) Tính các giới hạn sau:

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 2n + 3}{1 - 3n^2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x + 4} - 3}{1 - x^2}$

2) Tìm  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 2} & \text{khi } x \neq 2 \\ -2m - 1 & \text{khi } x = 2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 2$ .

**Bài 3.** (1 điểm) Để chuẩn bị hình ảnh ấn tượng cho lễ kỷ niệm 25 năm thành lập trường THPT A, nhà trường dự định xếp các em học sinh thành 25 vòng tròn đồng tâm bao nhau để chụp ảnh từ trên cao. Nguyên tắc : vòng 1 bé nhất gồm 4 em học sinh, kể từ vòng thứ 2, số học sinh được tăng thêm 5 em so với vòng ngay trước nó. Hỏi nhà trường cần huy động bao nhiêu học sinh cho hoạt động này?

**Bài 4.** (3 điểm) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang,  $AD // BC; AD = 3BC$ .  $M$  là điểm thuộc cạnh  $SA$  sao cho  $SM = 2MA$ ,  $N$  là điểm thuộc cạnh  $SC$  sao cho  $CN = \frac{1}{3}SC$ .

a) Chứng minh  $MN$  song song  $(ABCD)$ .

b) Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $N$  và song song với mp $(SAB)$ . Tìm giao tuyến của  $(\alpha)$  và  $(SBC)$ ?

c) Tìm giao điểm  $I$  của đường thẳng  $AN$  và mặt phẳng  $(SBD)$ . Tính tỉ số  $\frac{IN}{IA}$ .

-----HẾT -----

**Hoàng Mai, ngày 30 tháng 11 năm 2023**  
**TỔ TRƯỞNG**

*Nguyễn Thị Thu Phương*